

# 综合性实验指导书

实验名称：弯曲和扭转组合变形实验

实验项目性质：综合性实验

所涉及课程：材料力学

计划学时：2 学时

## 一、实验目的

1. 测定薄壁圆筒弯、扭组合变形时的表面一点处的主应力大小和方向，并与理论值进行比较。
2. 进一步熟悉电测法的原理及电阻应变仪的使用方法。

## 二、实验内容

学习用电测法测定平面应力状态下一点处主应力的大小及方向的原理和方法。测定薄壁圆管的弯曲、扭转及弯扭组合变形情况下表面一点处的主应力的大小和方向。验证叠加原理。

## 三、实验（设计）仪器设备和材料清单

1. 静态电阻应变仪。
2. 弯扭组合实验装置。

## 四、实验原理

为了用实验的方法测定薄壁圆筒弯曲和扭转时表面一点处的主应力的大小和方向。首先要测量该点处的应变，确定该点处的主应变  $\varepsilon_1, \varepsilon_3$  的大小和方向，然后利用广义虎克定律算得一点处的主应力  $\sigma_1, \sigma_3$ 。根据平面应变状态分析原理，要确定一点处的主应变，需要知道该点处沿  $x, y$  两个相互垂直方向的三个应变分量  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ 。由于在实验中测量剪应变很困难。而用应变计（如电阻应变片）测量线应变比较简便，所以通常采用测一点处沿  $x$  轴成三个不同且已知夹角的线应变  $\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$ ，见图 4-1 (a)。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_a &= \varepsilon_x \cos^2 \alpha_a + \varepsilon_y \sin^2 \alpha_a - \gamma_{xy} \sin \alpha_a \cos \alpha_a \\ \varepsilon_b &= \varepsilon_x \cos^2 \alpha_b + \varepsilon_y \sin^2 \alpha_b - \gamma_{xy} \sin \alpha_b \cos \alpha_b \\ \varepsilon_c &= \varepsilon_x \cos^2 \alpha_c + \varepsilon_y \sin^2 \alpha_c - \gamma_{xy} \sin \alpha_c \cos \alpha_c \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

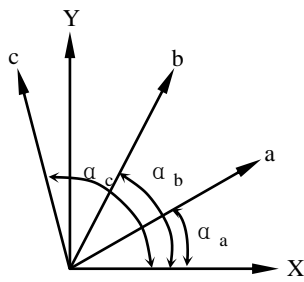


图 4-1 (a)

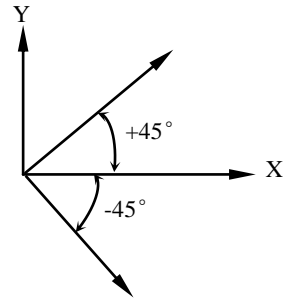


图 4-2 (b)

为了简化计算，实际上采用互成特殊角的三片应变片组成的应变花，中间的应变片与 X 轴成  $0^\circ$ ，另外两个应变片则分别与 X 轴成  $\pm 45^\circ$  角见图 4-3。用电阻应变仪分别测得圆筒变形后应变花的三个应变值，即  $\varepsilon_{0^\circ}$ ， $\varepsilon_{45^\circ}$ ， $\varepsilon_{-45^\circ}$ 。由方程组 (4-1) 得应变分量

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_{0^\circ} \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{0^\circ} + \varepsilon_{-45^\circ} \\ \gamma_{xy} &= \varepsilon_{-45^\circ} - \varepsilon_{45^\circ}\end{aligned}\quad (4-2)$$

主应变公式为

$$\varepsilon_3^1 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} \quad (4-3)$$

将 (4-2) 式代入 (4-3) 式得：

$$\varepsilon_3^1 = \frac{\varepsilon_{-45^\circ} + \varepsilon_{45^\circ}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\varepsilon_{-45^\circ} - \varepsilon_{0^\circ})^2 + (\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{45^\circ})^2} \quad (4-4)$$

主应变的方向

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-r_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} = \frac{\varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}}{2\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}} \quad (4-5)$$

求得主应变以后，可根据主应力与主应变关系的广义虎克定律计算得到主应力

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_3) \\ \sigma_3 &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_3 + \mu\varepsilon_1)\end{aligned}\quad (4-6)$$

公式 (4-4)，(4-5) 就是用直角应变花测量一点处的主应变及主方向的理论依据，由 (4-2) 式得出两个  $\alpha$  值，即  $\alpha$  与  $90^\circ + \alpha$ ，一个方向对应着  $\varepsilon_{\max}$ ，另一个方向对应着  $\varepsilon_{\min}$ 。判断两个主方向中哪个方向作用着  $\varepsilon_{\max}$ ，可按“大偏大来小偏小”的原则来确定，即在测定的三个应变值  $\varepsilon_{0^\circ}$ ， $\varepsilon_{45^\circ}$ ， $\varepsilon_{-45^\circ}$  中找出最大的一个，两个主应力中较大的主应力  $\sigma_{\max}$  距最大应变值较近。

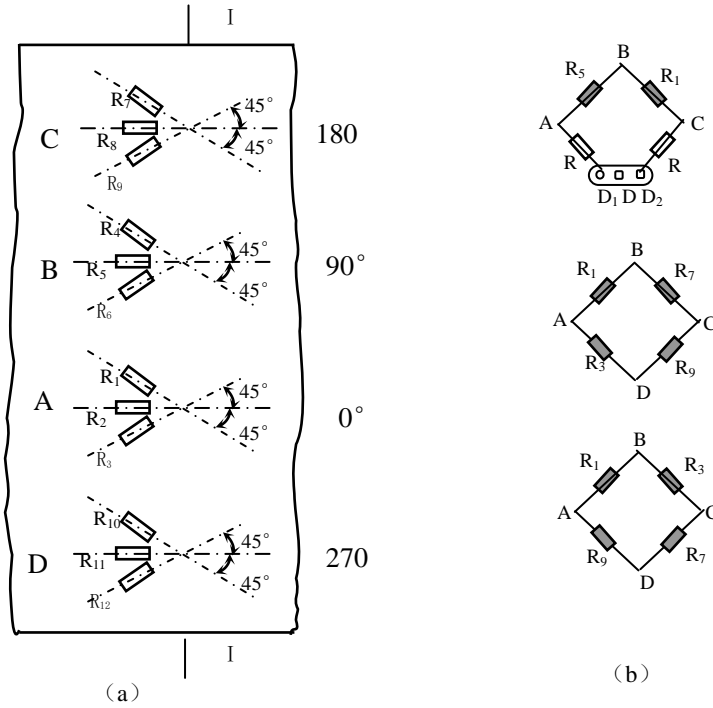


图 4-3 薄壁圆筒布片及接线线

当在荷载  $P$  作用下如图 4-4(a), 试件 1 发生弯曲和扭转组合变形, 距离圆筒端为  $L$  处的 I-I 截面为被测截面。由材料力学可知 I-I 截面上 A、B、C、D 四点的应力状态如图 4-4(b)。弯矩:  $M=PL$ ; 剪力:  $Q=P$ ; 扭矩:  $M_n=PL_1$  根据弯矩引起的正应力及扭矩和剪力引起的剪应力在该截面上的分布规律。其中:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{M}{W_z} = \pm \frac{P \cdot L}{W_z} \\ \tau &= \frac{M_n}{W_p} = \frac{P \cdot L_1}{W_p} \end{aligned} \quad (4-7)$$

$$\tau = \frac{M_n}{W_p} = \pm \tau_{\max} \quad (4-8)$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{\pi \cdot R_0 \cdot t} \quad (4-9)$$

式中:  $W_z$ ——截面抗弯模数;  
 $W_p$ ——截面抗扭模数;  
 $R_0$ ——薄壁圆筒的内、外半径之和的一半;  
 $t$ ——圆筒壁厚度。  
 主应力大小和方向为:

$$\begin{aligned} \sigma_3^1 &= \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \\ \operatorname{tg} 2\alpha_0 &= -\frac{2\tau}{\sigma} \end{aligned} \quad (4-10)$$

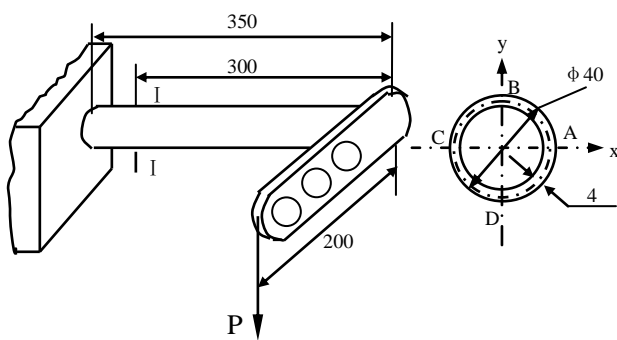


图 4-4(a)薄壁圆筒受力图

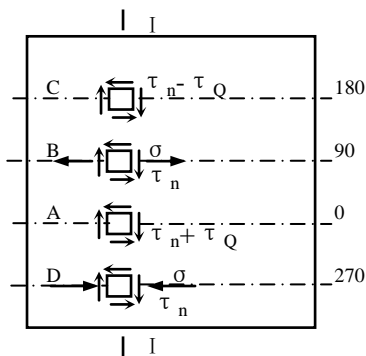


图 4-4 (b) A、B、C、D 点应力状态

## 五、实验步骤及结果测试

(1) 测量薄壁圆管试样的有关尺寸 ( $L_1$ ,  $L_2$ ,  $D$ ,  $d$ ) 并记录。材料常数  $E$  和  $\mu$  由实验室给出。

(2) A、C 测点为第一组，B、D 测点为第二组。采用多点半桥公共补偿法测量。将应变花的 3 个应变片和温度补偿片接到预调平衡箱的电桥上。

(3) 检查接线无误后，按应变仪的使用方法调整各测点电桥，使之处于平衡。

(4) 采用等增量法加载，级次为 5 级。用砖码加载，读取各测量片的应变值。当达到最大载荷并记录相应应变值后，立即卸载，应变仪应当回到初始平衡状态。

(5) 重复三次实验，直至取得三次测量数据，并取其算术平均值或者用最小二乘法处理数据。

(6) 理论值计算

(a) 计算测点所在截面的弯矩  $M$  和扭矩  $T$ ；

(b) 计算应力  $\sigma$  及  $\tau$ ，注意各测点  $\sigma$  及  $\tau$  值的正负；

(c) 计算主应力大小及方向。

(7) 实验值计算

(a) 根据实验数据，求主应变大小及方向；

(b) 由主应变求主应力大小及方向，且与理论值比较，相对误差要求小于 10%；

(c) 画出单元体图，注意理论计算的应变片取向应与实验测试时的应变片取向吻合。

## 六、考核形式

### 1. 实验考核办法

一般课程实验考核，采用日常考核、操作技能考核和评阅实验报告等多种形式。

日常考核的主要内容：预习情况、实验原始记录、数据分析与处理能力和出勤率。

操作考核的主要内容：实验原理、实验理论、实验技术和实验方法，实验仪器设备的操作技能、实验常见问题的分析与处理。

## 2. 实验成绩评定

(1) 课程实验成绩按教学大纲要求按比例归入课程总成绩。

(2) 课程实验旷到一次者，成绩以不及格论。课程实验成绩不合格者，不得参加该门课程的考试。

(3) 考核成绩，可按优、良、中、及格、不及格五级记分制进行评定，但在计算成绩时，需按以下办法转换成百分制。

优秀：90~100分；良好：80~89分；中等：70~79分；及格：60~69分；不及格 60分以下。

(4) 课程实验成绩不及格者必须重修，重修学生所发生的耗材等费用自理。

(5) 在评阅实验报告时指导教师若发现有抄袭作弊现象，上报院教学指导小组，学院对当事人按学籍管理办法处理，实验成绩以不及格论处。

## 七、实验报告要求

试验报告应包括：试验名称、试验目的、仪器设备名称、规格、量程，试验记录及结果。

## 八、思考题

1. 测点的位置能否靠近固定端，为什么？
2. 分析形成误差的主要原因是什么？
3. 考虑横力弯曲对剪力的影响，本实验薄壁管横截面哪一点的剪应力最大？为什么？
4. 用电测法测量主应力时，其应变花是否可以沿测点的任意 T 向粘贴？为什么？
5. 若将测点选在梁的中性层位置，则其主应力值将发生怎样的变化？这时应贴什么样的电阻应变片？能测出哪种应力？

